

Diego Armando Becerra Iñiguez

EV\_2\_2\_Modelo\_dinamico\_del\_comportamiento\_del\_manipulador\_mediante\_la\_formulacion\_Euler-Lagrange

**Propiedades del modelo Dinámico**

El modelo dinámico del robot manipulador se obtiene por medio de las ecuaciones de Euler LaGrange, como primer paso se deben obtener las energías cinéticas de los eslabones del robot manipulador. En un robot manipulador la energía cinética se encuentra conformada por suma de la energía cinética traslacional y la energía cinética rotacional 



Enseguida, se obtienen las energías potenciales de los eslabones del robot manipulador.



Como tercer paso se obtiene el Lagrangiano del sistema. El cual se encuentra determinado por la diferencia entre la energía cinética total (La energía cinética total de un robot manipulador está determinada por la suma de las energías cinéticas de cada uno de sus eslabones) y la energía potencial total (La energía potencial total de un robot manipulador está determinada por la suma de las energías potenciales de cada uno de sus eslabones)



Enseguida, se desarrolla la siguiente ecuación para cada una de las coordenadas articulares.



En la formulación de Newton-Euler, las ecuaciones de movimiento fueron derivadas a partir de la Segunda Ley de Newton, la cual relaciona fuerza y momento, así como torque y momento angular. Las ecuaciones resultantes incluyen fuerzas de restricción, las cuales deben ser eliminadas para poder obtener ecuaciones dinámicas de forma cerrada. En la formulación de Newton-Euler, las ecuaciones no son expresadas en términos de variables independientes, y no incluyen explícitamente torques de junta de entrada, pues se necesitan operaciones aritméticas para derivar las ecuaciones dinámicas de forma cerrada. Esto representa un complejo procedimiento que requiere cierta intuición física.

Una alternativa al método de Newton-Euler, para dinámica de manipuladores, es la formulación de Lagrange-Euler, la cual describe el comportamiento de un sistema dinámico en términos del trabajo y la energía almacenados en el sistema, en vez de las fuerzas y momentos de los miembros individuales involucrados. Las fuerzas de restricción comprometidas en el sistema quedan automáticamente eliminadas en las ecuaciones dinámicas obtenidas por este método. Las ecuaciones dinámicas de forma cerrada pueden ser derivadas sistemáticamente en cualquier sistema de coordenadas.

Las ecuaciones de Euler-Lagrange son las condiciones bajo las cuales cierto tipo de problema variacional alcanza un extremo. Aparecen sobre todo en el contexto de la [mecánica clásica](https://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica_cl%C3%A1sica) en relación con el [principio de mínima acción](https://es.wikipedia.org/wiki/Principio_de_m%C3%ADnima_acci%C3%B3n), también aparecen en teoría clásica de campos ([electromagnetismo](https://es.wikipedia.org/wiki/Electromagnetismo) y [teoría general de la relatividad](https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_general_de_la_relatividad)) y sirve de base para la formulación de [integrales de camino](https://es.wikipedia.org/wiki/Integral_de_caminos_(mec%C3%A1nica_cu%C3%A1ntica)) para la [teoría cuántica de campos](https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_cu%C3%A1ntica_de_campos).

La ecuación de Euler–Lagrange es una ecuación la cual se satisface con una función, {\displaystyle {\boldsymbol {q}}}, con argumento [real](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real) {\displaystyle t}, el cual es un punto estacionario del [funcional](https://es.wikipedia.org/wiki/Funcional_(matem%C3%A1tica))



Donde:

**Q** es la función para hallar:



Tal que **q** es diferenciable 

**Q**´ es la derivada de **q:**



es el espacio tangente a X en el punto **q(t).**

L es una función real con derivadas parciales con continuidad primera:



TX tiene fibrado tangente de X definido por:



Entonces, la ecuación de Euler-Lagrange está dada por:



Donde Lx y Lv son las derivadas parciales de L correspondientes a los argumentos segundo y tercero, respectivamente.

Si la dimensión de X es mayor a 1, es un sistema de ecuaciones diferenciales, donde cada componente es:

